(3 ≠ 4)

Discours entre groupes et foules
et du réel des discours établi par
le *théorème principal de Lacan*

le 1 juillet 2012
(Version n°8 cette version annule les précédentes pour le texte et pour la démonstration du théorème intégrée au texte, elle n'est plus, ici, en annexe)
revue le 25 mars 2015

Abrégé

Nous relevons dans un écrit[1] *de Lacan qu'il évoque le réel des discours, Freud dit bien qu'il y a de l'impossible dans chaque cas, gouverner, éduquer, guérir et être analysé par quelqu'un, malgré le trouble de ceux qui y prétendent enfin, ils ont horreur de ce qu'il sont amenés à faire et qu'il ignorent en fait, servir de support à la lecture introduire la dimension de la parole dans l'analyse d'un autre.*

Nous aurions pu nous contenter de ça comme tout le monde qui ne s'en contente pas. Mais non, nous sommes aller lire le séminaire et là se trouve l'exposé de ce réel, cet impossibilité de faire tourner le monde bien huilé des bijections entre elles modulo la somme arithmétique. Piège un court instant surprenant.

1.- Nous transcrivons *cela, de la combinaison des lettre, des places et des discours à l'expression arithmétique de ce fait littéral, évitons de parler de formalisation prétentieuse et trompeuse (la forme) pourquoi pas la castration ou le vagin, en fait nous écrivons d'une autre manière, point. 2.- Ça donne lieu à une* conjecture *que 3.- nous* démontrons *pour en faire un théorème :* Le théorème majeur de Lacan. *Le seul qu'il formule à l'occasion de son ouvrage et ne le démontre pas, seulement sur un exemple lorsque (n=4), mais pas le seul mathème comme un ignorant habile, un vrai teigneux, le prétend.*

Dans ce texte, un discours est un lien social. Cela signifie qu'un discours est définit par des coordonnées pratiques cernant l'objet, coordonnées de lieu (espace et topos), de nombres (temps, monnaies), de lettres (textes, paroles travaillées par l'écriture).

Lors de ses croisements politiques les uns parlent à d'autres et aussi des autres. Cette parole dépend de la fonction donnée à certains éléments premiers.

Ces éléments ainsi mis en fonctions constituent l'intention de chaque discours.

Alors, curieusement, émanent nécessairement, de chacun d'eux, des textes qui les constituent pour l'extérieur et le futur, donnant matière aux archives. Lorsqu'ils tombent en désuétude, soit par exténuation, soit du fait de la disposition de leurs tenants, leurs significations, ce que les étrangers ne peuvent pas comprendre, même du temps de leur

[1] J. Lacan "*Allocution sur l'enseignement*" paru dans *Scilicet* n° 2/3, p.391-399, Seuil, 1970 Paris. Repris dans le second volume des Ecrits p. 297-305, toujours au Seuil, 2001 Paris.

exercice, se perdent de façon irrémédiable. Ceci produit l'embarras des disciplines de l'histoire.
Le produit signifiant, réalisé comme alluvions, un dépôts écrit dans sa présentation externe, peut être, par là, perfectionné, jusqu'à devenir mathématique l'extrême, c'est à dire permanent, stable dans le silence qui n'est plus une expérience dogmatique simpliste.

Positions

Il y a quatre discours fondamentaux, dont Lacan a proposé le calcul[2].

Les éléments sont dés lors réductibles au signifiant maître, noté : S_1, au savoir : S_2, au sujet divisé freudien : $\$$ et à l'objet a, ils sont mis en fonction d'agent, de vérité, d'autre et de produit qui sont thématisés comme des places occupées par ces notations, par ces lettres. Dans chaque discours, la place de l'objet a est dite "plus de jouir"[3], la place du $\$$ est celle de l'enseignant[4].

Les quatre discours fondamentaux sont : le discours du maître, le discours de l'hystérique, le discours de l'université; le discours de l'analyste.

Il y a en plus un cinquième discours, le discours du Capitalisme scientifique.

Chaque discours est thématisé par un quadripode, c'est à dire la distribution des quatre lettres notant les éléments premiers dans l'algèbre de Lacan, en quatre places nommées par les fonctions que les éléments premiers remplissent ou si l'on préfère assurent dans chacun des discours.

Voici leur quadripodes respectifs :

$$\begin{array}{ccc} \text{M} & \qquad & \text{U} \\ \dfrac{S_1}{\$} \quad \dfrac{S_2}{a} & & \dfrac{S_2}{S_1} \quad \dfrac{a}{\$} \\[2em] \text{H} & & \text{A} \\ \dfrac{\$}{a} \quad \dfrac{S_1}{S_2} & & \dfrac{a}{S_2} \quad \dfrac{\$}{S_1} \end{array}$$

Les quatre discours fondamentaux
présentés grâce à une permutation circulaire
de quatre lettres entre quatre places

2 J.Lacan L'ENVERS DE LA PSYCHANALYSE (Le séminaire livre XVII) 1969-1970, Seuil, 1991 Paris. Les quatre discours sont repris dans "*Radiophonie*" (1970) et surtout "*Allocution sur l'enseignement*" la même année, et publiés dans Scilicet n°2/3 Seuil, 1970 Paris. Ces écrits se retrouvent maintenant dans ECRITS (second volume) dit "Autres écrits" par l'éditeur, Seuil, 2002 Paris.

3 J.Lacan "*La troisième*" (1974) il s'agit de la transcription de la troisième intervention de Lacan à Rome, après "*Le discours de Rome*" (1953) et "*La raison d'un échec*" (1967). Cet écrits de 1974 reste inédit parmi les Écrits de Lacan qui a déclaré, à son propos, dans son exposé parlé qu'il en a fait à Rome cette année là : "Ce que je vais vous dire, c'est écrit!".

D'où l'ironie de la situation du fait des deux gendres de la psychanalyse qui se sont institués non sans ironie, chacun à sa place (l'un le gendre du prophète : Ali, l'autre gendre de Lacan lui même, les connaisseurs apprécierons), éditeurs des séminaires parlés par Lacan. Les manipulateurs ainsi manipulés ont la tâche respectable et impossible qu'il fallait bien confier à deux concurrents acharnés et furieux pour obtenir qu'il en reste quelques traces.

4 J. Lacan "*Allocution sur l'enseignement*" cité plus haut.

La formule du discours du maître, c'est la formule de la métaphore, tant le signifiant, la structure du langage, est d'abord impératif[5].

Le discours de l'analyse, le dernier en date à faire son apparition, est formulé à l'envers du premier discours gouvernant les autres.

Deux quarts de tour valent pour un demi tour, soit la moitié d'un tour complet. Il faut dire que les quadripodes des discours fondamentaux se correspondent par une permutation circulaire élémentaire si nous les lisons dans un certain ordre. Cette permutation circulaire élémentaire, c'est le quart de tour.

Le discours de l'analyse réverbère, réfracte - par la décomposition qu'il effectue de la métaphore en son effet de semblant - répercute, réfléchi leur réel aux autres discours, ce qui leur rend le discours de l'analyse difficilement tolérable.

Le réel en question est une impossibilité, à gouverner, à éduquer, à guérir comme le veut l'hystérique. A analyser, c'est à dire à terminer son analyse pour ce dernier discours.

Nous allons maintenant montrer comment se formule cet impossible dans la structure quadripodique des discours et plus loin démontrer sa nécessité en termes arithmétiques.

L'exercice.

Lacan formule dans son séminaire l'impossible des discours - dont il pointe le réel lors d'une réponse[6] qu'il donne aux questions d'un journaliste de TSF. Dans le séminaire il le dit ainsi:

> "*Indépendamment de cette place que je vous suggérerais pouvoir être celle qui nous intéresse, essayez, dans chacune de ces - appelons-les ainsi - figures du discours, de vous obliger simplement à choisir une place différente, définie en fonction des termes en haut, en bas, à droite, à gauche. Vous n'arriverez pas, quelle que soit la façon dont vous vous y preniez, à ce que chacune de ces places soit occupée par une lettre différente.*"
>
> *L'envers de la psychanalyse* p.49

Effectuons ce choix d'une place pour chaque discours en deux cas qui serviront d'exemples afin que l'on puisse suivre leur généralisation à tous les cas, en vue de la démonstration.

Exemples

Définissons de cette manière les quatre places en fonction des couples (*en haut, en bas*) *et (à droite, à gauche*), il y a quatre places avec leur positions respectives,

$$\frac{\textit{en haut à gauche.}}{\textit{en bas à gauche,}} \qquad \frac{\textit{en haut à droite,}}{\textit{en bas à droite.}}$$

---

[5] L'ensemble de nos travaux de topologie traite de cette question à partir de ce fait de parole toujours éludé, l'abord impératif du signifiant du côté des oreilles. Nous prenons appui sur la conception sémantique de la vérité de Tarski en y introduisant l'énonciation au lieu du sens pour engager dans cette voie la lecture de Freud de telle manière que, curieusement, nous retrouvons les indications de Lacan introduisant dans le discours analytique la dimension de la Parole, soit de l'énonciation, du fait de dire, et par là de la signification, de l'instance de la lettre, du sujet ...

[6] J.Lacan "Radiophonie" Question VII, dans Scilicet n°2-3 Seuil, Paris, 1970 repris dans Ecrits p.444 à 446 du second volume dits "Autres écrits", Seuil, Paris, 2002.

et rappelons le tableau des discours présentant la disposition des quatre lettres S_1, S_2, a et $\$$ à leur places respectives dans chaque discours afin de facilité la tâche du lecteur,

$$\begin{array}{ccc} \text{M} & \qquad & \text{U} \\ \dfrac{S_1}{\$} \quad \dfrac{S_2}{a} & & \dfrac{S_2}{S_1} \quad \dfrac{a}{\$} \\[2ex] \text{H} & & \text{A} \\ \dfrac{\$}{a} \quad \dfrac{S_1}{S_2} & & \dfrac{a}{S_2} \quad \dfrac{\$}{S_1} \end{array}$$

nous pouvons donner les deux exemples.

1. **Premier exemple**

Ainsi, une première correspondance bijective entre les discours et les places,

M → *en bas à gauche* U → *en bas à droite*
H → *en haut à gauche* A → *en haut à droite*.

Dans ce cas, en suivant le procédé qui consiste à recourir à chaque discours dans son propre cas, nous pouvons suivre le tableau des lettres disposées à chaque place dans chaque discours,

Ainsi le lecteur qui veut bien suivre ces correspondances peut vérifier que nous pouvons faire correspondre une lette à chacune des places indiquées par le choix, pris comme exemple, en fonction précisément du discours concerné à chaque fois,

M : *en bas à gauche* → $\$$ U : *en bas à droite* → $\$$
H : *en haut à gauche* → $\$$ A : *en haut à droite* → $\$$

Alors, par ce choix bijectif ou pour mieux dire le choix d'une place différente pour chaque discours différent, il se trouve que tous les discours sont mis, par ce procédé, en correspondance dans ce cas singulier avec une seule et même lettre, ici $\$$.

fin du premier exemple.

2. **Second exemple**

Nouvelle correspondance bijective entre les discours et les places,

M → *en bas à gauche* U → *en hauts à gauche*
H → *en haut à droite* A → *en bas à droite*

en se reportant toujours aux quadripodes des discours, les lettres correspondent aux places dans chaque discours respectif, de telle manière que

M : *en bas à gauche* → $\$$ U : *en hauts à gauche* → S_2
H : *en haut à droite* → S_1 A : *en bas à droite* → S_1

seuls *deux discours correspondent à une même lettre* cette fois mais cela suffit à contredire l'existence d'une bijection dans ce cas.

Jamais nous ne trouvons une lettre différente pour chacun de ces différents discours. Ce procédé entre bijections ne produit de bijection en aucun cas.

C'est ce que nous nous proposons de démonter, dans le cas fini d'ordre quatre (4) qui impose vingt quatre (24) bijections. entre discours et places.

Puis Lacan poursuit dans le séminaire déjà cité:

> "Essayer, en sens contraire, de vous donner comme condition du jeu de choisir dans chacune de ces quatre formules une lettre différente. Vous n'arriverez pas à ce que chacune de ces lettres occupe une place différente."
>
> *L'envers de la psychanalyse* p.49

C'est dans ces termes littéraux que nous exprimons cet exercice dont la solution se condense dans ce que nous pourrons appeler un théorème lorsqu'il sera arithmétisé, afin d'en *pofiner* l'expression en langue, et démontré mais qui ne reste que le *petit théorème de Lacan* car il ne porte pour l'instant que sur les combinaisons finis de trois jeux: de places, de lettres et de discours, de quatre éléments chacun et peut être démontré par l'exploration *exhaustive* des cas. Mais nous ne l'entreprenons pas ici, car il est assez fastidieux de suivre cette voie.

Nous pouvons le traduirons en un théorème d'arithmétique finitiste démontrable par un calcul de congruence d'ordre quatre ou si l'on préfère, écrit dans *le système de numération* en base quatre. Mais quitte à établir cette transformation et pratiquer ce calcul qui vaut démonstration et reste à inventer il y a encore une autre façon de faire, plus ambitieuse, en apparente, mais plus mathématique en fait.

Nous cherchons à étendre ce résultat au nombre n, ($n \in N^*$) un nombre entier non nul quelconque, ou réduit aux nombres ($2 \leq n$) en le généralisant dans sa version arithmétique, ou si l'on y tient de théorie algébrique des nombres puisque la somme va jouer un rôle déterminant, pour conjecturer **le théorème majeur de Lacan** dont **le petit théorème** ne serait qu'un cas particulier, le cas où $n = 4$.

Ce théorème majeur présente le fait signalé par Lacan comme une condition nécessaire qui énonce un impossible qui suit des données de l'exercice *dans tous les cas paires*, c'est son supplément mathématique qui n'est réductible à sa sténographie que pour les ignorants un peu niais, Ceci est a entendre pour les cas où les trois jeux de lettres, équi-numériques entre eux, sont pris en un même nombre n pair, $\exists k(n = 2k)$, et si cette condition est aussi déduite.

Elle donne lieu à l'expression d'un authentique théorème tel qu'il va nous occuper dans la suite et tel qu'il va être démontré dans ce texte.

1. Expressions littérales des discours au moyen d'une permutation des termes

Commençons par l'expression améliorée en langue de notre exercice pour nous diriger vers sa solution, grâce à une écriture algébrique se référant à l'arithmétique.

Notons par la lettre : 4, l'ensemble des nombres qui vont nous servir d'indices car l'ordinal $4 = \{0,1,2,3\}$ en théorie standard des ensembles (Z-F) aujourd'hui.

0. **les termes**

Ils sont quatre dans deux jeux différents de places et de lettres qui s'échangent en suivant une permutation circulaire au travers des discours ainsi définis.

0. 1. **les places :**

Nous définissons l'ensemble $\mathsf{P_4}$ des places p_i avec $i \in 4$ indexant ainsi leur position respective.

$$\frac{p_0}{p_3} \qquad \frac{p_1}{p_2}$$

Plus tard[7] Lacan désignera ces places comme nous l'avons rappelé plus haut :

p_0 = la place de l'agent, p_1 = la place de l'autre
p_3 = la place de la vérité, p_2 = la place du produit

communes en chacun des discours. Ces désignations peuvent changer dans le discours de Lacan, indiquant ainsi des correspondances entre les termes de son discours.

0. 2. **les lettres :**

Nous définissons l'ensemble $\mathsf{L_4}$ des lettres l_j avec $j \in 4$:

$$l_0 = S_1, l_1 = S_2, l_2 = a, l_3 = \$$$

en nous référant au discours du Maître comme position de départ.

1. **Une permutation circulaire élémentaire**

Nous définissons une première application bijective, notée : γ, de l'ensemble $\mathsf{P_4}$ des places sur lui même.

$$\gamma : 4 \rightarrow 4$$

telle que

$$\gamma(i) = i + 1$$

et ses k composés

$$\gamma^k(i) = i + k$$

par réitération lorsque $k \in 4$, ceci étant effectué selon la congruence (modulo 4), c'est dire que $(3 + 1 = 0)$ nous disposons de quatre permutations entre les indexes et nous pouvons construire quatre permutations entre les lettres à partir de

$$\Gamma : \mathsf{L} \rightarrow \mathsf{L}$$

telle que

$$\Gamma(l_i) = l_{i+1}$$

et ses multiples composés

$$\Gamma^k(l_i) = l_{\gamma^k(i)} = l_{i+k}$$

2. **les discours :**

---

[7] J.Lacan "Radiophonie" Scilicet n°2- 3 Seuil, Paris, 1970 repris dans Ecrits, second volume dit "Autres écrits", Seuil, Paris, 2002.

Avec ces éléments l'ensemble des discours $\mathsf{D_4}$ peut être défini, au moyen de la permutation Γ à partir de l'un d'entre eux, comme l'ensemble de quatre applications d_k de l'ensemble $\mathsf{P_4}$ des places sur l'ensemble $\mathsf{L_4}$ des lettres, soit:

$$d_k : \mathsf{P_4} \rightarrow \mathsf{L_4}$$

Le chois de l'indexation des lettres que nous avons fait correspondant au discours du maître, il est ainsi plus aisé d'indexer les discours en commençant par celui-ci comme le discours $d_0 = M$, le discours du Maître en l'occurrence telles que

$$d_0(p_i) = l_i \text{ et } d_k = \Gamma^k \circ d_0$$

De ce fait grâce à la composition facile à concevoir telle qu'elle est rendue par le diagramme suivant

$$d_k : \mathsf{P_4} \xrightarrow{d_0} \mathsf{L_4} \xrightarrow{\Gamma^k} \mathsf{L_4}$$

Si le lecteur veut bien se reporter à la définition des permutations de lettres Γ^k par les permutations d'indices γ^k, il obtiendra

$$d_k(p_i) = \Gamma^k(d_0(p_i)) = l_{\gamma^k(i)}$$

et suivant un simple calcul, il peut mettre à l'éprouve que

$$d_k(p_i) = l_{i+k}$$

compte tenu des premiers repérages des places et des lettres, il pourra vérifier pour s'exercer lui même à ce type de notation indexées[8] que nous disposons de la répartition suivante :

---

[8] Ces notations indexées sont obtenues grâce à des mathèmes $p_{i\ (i \in [4])}$, $l_{j\ (j \in [4])}$ et $d_{k\ (k \in [4])}$ qui rendent très sûre leur emploi dans l'écriture du fait de leur *effectivité* (*wirklichkeit*) dans l'écriture spécifique des mathématiques en respectant la structure du langage caractérisée par l'absence de métalangage.

Ils sont de véritables mathèmes, produit par *la théorie des ensembles* Zermelo-Fraenkel comme ne peuvent l'être que les seules véritables mathèmes classiques. il faudra inventer d'autres systèmes d'écriture pour rendre raison de la même manière des nouveaux mathèmes mise en pratique depuis comme c'est déjà le cas de l'écriture de l'algèbre diagrammatique de la théorie des Catégories.

Ces lettres indexées sont nommées usuellement "famille d'ensembles" notée $a_{i\ (i \in I)}$ [voir J.L. Krivine *Théorie axiomatique des ensembles* p. 17 nouvelle édition augmentée], - ils étaient déjà ainsi nommés par les classiques (du XVII^e au XIX^e) alors que les mathématiciens ne savaient pas encore, mais le savent-ils aujourd'hui, ce qu'ils faisaient -,

Une telles famille est une application (morphisme de *la théorie des ensembles* et par conséquent elle n'est pas une vague correspondance, elle dérive d'une relation fonctionnelle ou en tient lieu et ceci produit son emploi assuré à la lettre prés) ce qu'écrit le graphème suivant

$$a : I \rightarrow A$$

telle que à chaque $i \in I$ correspond un éléments de l'ensemble A noté $a(i)$ soit $a_i \in A$ d'où l'écriture de cette fonction

$$a_i \text{ avec } (i \in I)$$

qui insiste sur la famille formée par le sous ensemble de ses images dans A.

Nous disposons ainsi, mine de rien, de deux applications $p : 4 \rightarrow \mathsf{P_4}$ et $l : 4 \rightarrow \mathsf{L_4}$ qui ne sont pas de simples manières d'écrire plus ou moins sténographiques, mais d'authentique mathèmes obtenus certes en tant qu'abréviations mais selon des principes dont nous faisons le début de la théorie du mathème et qui emportent avec elles, comme leur ombre, des contraintes incorporelles qui les suivent par conséquent et précèdent les liaisons futures qu'elles sont amenées à écrire. Il se produit un effet de texture assez peu étudié, dont nous relevons la trace dans l'histoire récente, avec le τ de Hilbert par exemple et le carré blanc (voir la première page de Bourbaki)qui sont maintenant dépassé , grâce à l'écriture des kanteurs selon Pierce, mais qui persiste toujours dans la texture,

Nous obtenons de cette manière pour l'identité "id." dans l'ensemble 4 l'écriture du discours

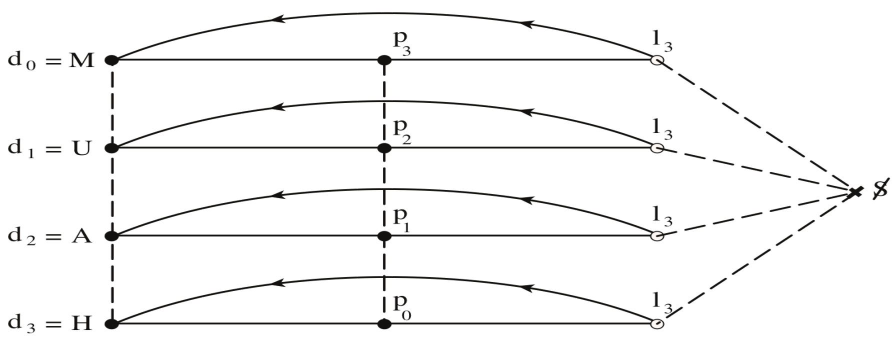
$$d_0 = l \circ id \circ p^{-1}$$

d_0 = M, le discours du maître d_1 = U, le discours de l'université
d_3 = H, le discours de l'hystérique d_2 = A, le discours de l'analyse

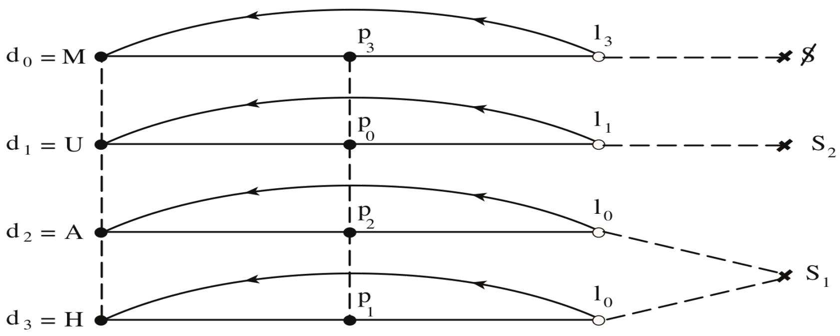
Dans ces conditions et fort du jeu des indices des discours, des places et des lettres, nous revenons à nos deux exemples.

Présentation graphique de nos deux exemples

Avec ce nouveau style d'écriture des données de l'exercice proposé par Lacan, nous rendons le premier exemple que nous avons choisi par le schéma.



et le second exemple de la manière suivante,



---

et pour le n-cycle canonique γ sur 4 donné par γ(j) = j+1 l'écriture de la permutation circulaire $\Gamma = p \circ \gamma \circ p^{-1}$ soit les diagrammes commutatifs suivants :

$$\begin{array}{ccc} \mathrm{id} : 4 & \rightarrow & 4 \\ p \downarrow & & \downarrow l \\ d_0 : P_4 & \rightarrow & L_4 \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} \gamma : 4 & \rightarrow & 4 \\ l \downarrow & & \downarrow l \\ \Gamma : L_4 & \rightarrow & L_4 \end{array}$$

et leurs diverses compositions $d_k = \Gamma^k \circ d_0 = l \circ \gamma^k \circ l^{-1} \circ l \circ \mathrm{id} \circ p^{-1} = l \circ \gamma^k \circ p^{-1}$ pour écrire les discours.

Inversement en substituant d_k par cette expression dans $[l^{-1} \circ d_k \circ p] = [l^{-1} \circ l \circ \gamma^k \circ p^{-1} \circ p]$ nous obtenons l'expression $\gamma^k = l^{-1} \circ d_k \circ p$ qui nous permet de transformer les permutations des quatre discours et leur réel.

Ce qui vient maintenant dans ce qui suit, pour une quelconque bijection $\Phi : D_4 \rightarrow P_4$ telle qu'elle permet de construire $\Psi : D_4 \rightarrow L_4$ $\psi(d_k) = d_k(\varphi(d_k))$ telle qu'il soit impossible que Ψ et ψ soient des bijections la seconde ψ traduisant Ψ en une version arithmétique dans l'ensemble 4, afin de les étendre aux ensemble n quelconque tel que $n \in N$ et de la démontrer pour les nombre n paire tels $\exists k(n=2k)$.

Nous ajoutons pour l'instant la famille d'ensembles d tel que $d : 4 \rightarrow D_4$ avec ($k \in 4$) et ($d_k \in D_4$).

fin de cette longue note n°8.

Observations remarquables

1. - Les lecteurs de Freud peuvent noter que nous obtenons une disposition comparable au schéma que celui-ci trace au chapitre huit de son essai[9], de 1921, traitant de la structure du moi identifiée par l'analyse à celle des foules et de l'hypnose.

2. - Il peut aussi se rappeler que Freud signale quelques impossibles propres à chacun de ces discours : Impossible de gouverner, d'instruire, de guérir quelques autres sujets. Le possible reste selon Lacan ça qui peut ne pas se produire.

3. - Ce qui n'implique pas qu'il ne soit pas réalisable pour le sujet du langage de se gouverner, de s'instruire et de se guérir, ceci restant contingent, ce qui veut dire que "ça peut se produire mais on ne sait pas quand". Lire en tant que contre exemple, le compte rendu de l'observation de *l'homme aux loups*. D'où s'éclaire la difficulté, l'angoisse et l'incrédulité des irréalistes qui rêvent d'efficacité systématique. C'est comme en mathématiques lors de la démonstration d'un théorème ça se produit mais on ne sait pas à l'avance quand ça se produira.

4. - Les lecteurs de Lacan peuvent avoir déjà vérifié, dans ce cas fini où n = 4, par l'exhaustion des choix parmi les bijections qui ne sont que vingt quatre (24), qu'en effet jamais ils ne trouvent une lettre différente pour chacune de ces différentes places d'extrémités correspondant à chaque discours.

Il y en a toujours au moins deux qui sont identiques et cela se vérifie aussi du procédé inverse en choisissant d'abord les lettres puis en leurs attribuant leur places respectives dans chaque discours.

Noter aussi au passage une dernière remarque

Cette remarque est cruciale pour la démonstration de notre résultat principal ayant l'aspect d'un théorème dans la présentation qui va suivre. Le lecteur peut observer dans nos deux exemples le fait suivant :

"*Dans chacun de ces deux diagrammes et dans chaque ligne, la somme des indices des discours (première colonne) et des places (deuxième colonne) est égale à l'indice des lettres (troisième colonne).*"

Lire en effet que

Premier exemple			Second exemple		
0	3	3 = 0 + 3	0	3	3 = 0 + 3
1	2	3 = 1 + 2	1	0	1 = 1 + 0
2	1	3 = 2 + 1	2	2	0 = 2 + 2
3	0	3 = 3 + 0	3	1	0 = 3 + 1

Cette dernière remarque est à retenir pour la suite, elle introduit au principe de la démonstration.

2. Expression littérale de l'impossible, dit le réel, de ces discours

1. Nous partons d'une bijection Φ des discours D_4 vers les places P_4.

$$\Phi : \mathsf{D}_4 \to \mathsf{P}_4$$

telle que $\Phi(d_i) \in \mathsf{P}_4$ soit p_j cette lettre correspondant à d_i où j dépend du choix de Φ, ainsi

$$\Phi(d_i) = p_j$$

Φ étant une bijection,

---

[9] S. Freud "Analyse du moi et psychologie des foules" (1921) trad. franç. dans *Essais de psychanalyse* Payot, 1981 Paris.

Mais nous pouvons suspecter ici facilement qu'elle est associée à une bijection arithmétique φ de 4 dans lui-même entre les indices i et j, telle que

$$\varphi(i) = j \text{ et } \Phi(d_i) = p_{\varphi(i)}.$$

Nous notons S_4 l'ensemble des permutations dites aussi substitutions ou les bijections de quatre termes,

$$\varphi : 4 \to 4.$$

afin de pouvoir écrire $\varphi \in S_4$.

2. Puis nous faisons correspondre à chacune des places images $p_j = \Phi(d_i)$ sa lettre respective dans le discours d_i lui-même, dont chacune est l'image par Φ, car les d_i sont des applications bijectives

$$d_i : P_4 \to L_4$$

ainsi la composition *pour un élément quelconque* d_i

$$d_i \xrightarrow{\Phi} p_j \xrightarrow{d_i} l_{j+i}$$

mais il ne s'agit pas de la composition algébrique standard, disons la : *globale*, bien définie des applications Φ et d_i comme cela se fait d'un geste courant en algèbre, car ici le discours d_i change de manière, disons : *locale,* à chaque fois que change l'élément de départ du côté de la source de Φ.

Remarque décisive relative à l'aspect énigmatique de ce réel.

Il s'agit d'une composition arithmétique des bijections rendue ici par la somme arithmétique des indices. Ce que nous commençons à explicité entre Γ et γ puis entre Φ et φ et aussi entre Ψ et ψ.

3. Nous définissons ainsi une application Ψ entre l'ensemble des discours D_4 et l'ensemble des lettres L_4.

$$\psi : D_4 \to L_4$$

telle que[10] :

$$\Psi(d_i) = d_i(\Phi(d_i))$$

Il s'agit alors de démontrer dans ces conditions qu'aucune application Ψ, quelque soit la bijection Φ choisie, ne peut pas être une bijection[11]. D'où le:

[10] Il est à noté que dans ces conditions l'indice ψ(i) ne s'écrit pas $(d_i \circ \varphi)(d_i)$ mais plutôt $\psi(i) = (\varphi(i) + i)$ voici précisément *ce qui peut être trompeur et explique qu'***un composé** *de bijections* **selon ce mode***, peut ne pas être bijectif* puisque une des applications bijectives qui rentre dans la composition change avec l'argument qui lui est soumis. Il s'agit d'une composition de mode arithmétique dans le registre des indices telle que $(\varphi(i) + i)$ ou encore $(\varphi(i) + id(i))$. Le mystère, si il en fut, la curiosité, tout au moins, est levée du côté de cette apparition de l'impossible au milieu des bijections qui, de mémoire d'algébriste, se composent si bien entre elles de manière stable au point de former un groupe algébrique pour la composition standard des applications.

[11] Une application ψ est une bijection lorsqu'elle est injective et surjective. Une application ψ est injective si elle vérifie la propriété suivante,

$$\forall x \forall x'((\psi(x) = \psi(x')) \Leftrightarrow (x = x'))$$

ou encore dans un ensemble muni d'une structure algébrique additive,

$$\forall x \forall x'((\psi(x) - \psi(x') = 0) \Leftrightarrow (x - x' = 0))$$

Petit théorème

Pour toute bijection Φ $\qquad \Phi : D_4 \rightarrow P_4$

qui fait correspondre à d_i élément de D_4, $\Phi(d_i)$ élément de P_4, sachant que d_i est elle même une bijection $\qquad d_i : P_4 \rightarrow L_4$

qui fait correspondre à p_j, élément de P_4, $d_i(p_j) = l_{i+j}$, élément de L_4,

l'application Ψ $\qquad \Psi : D_4 \rightarrow L_4$

bien définie par l'expression $\Psi(d_i) = d_i(\Phi(d_i))$ qui fait correspondre à l'élément $\Phi(d_i)$ de P_4 par d_i l'élément $\Psi(d_i) = d_i(\Phi(d_i))$ de L_4, n'est pas une bijection.

Ou plus succinctement si nous avons pris soin de noter les définitions préalables des objets et des flèches dont nous traitons,

Petit théorème: *Pour toute bijection*

$$\Phi : D_4 \rightarrow P_4,$$

l'application $\Psi : D_4 \rightarrow L_4$, bien définie par l'expression $\Psi(d_i) = d_i(\Phi(d_i))$, n'est pas une bijection.

3. **Généralisations arithmétiques du réel des discours et du théorème qui l'établi**

Nous pouvons considérer le même exercice lorsque le nombre n des multi-podes, des n lettres et des n places, est quelconque. Notons : n, la section commençante des entiers de 0 jusqu'au nombre (n-1) : n = {0, 1, 2, 3, ... , n-1}.

En remarquant comment

- à chaque bijection Φ entre discours et places, correspond une bijection φ de l'ensemble des indices **n** en lui-même, telle que $\varphi(k) = j$.
- à chaque discours - soit des bijections d_k entre places et lettres, dont l'ensemble est stable par réitération d'une permutation circulaire élémentaire - correspond aussi une bijection γ^k de l'ensemble **n** en lui-même telle que $\gamma^k(j) = j+k$.
- à chaque application ψ entre discours et places, déjà construite à partir de chaque φ et des d_k telle que $\psi(d_k) = d_k(\varphi(d_k))$, correspond une application g de l'ensemble des indices **n** en lui-même telle que $g(k) = \gamma^k(\varphi(k)) = \varphi(k)+k$ que nous noterons $g = (\varphi + id.)$.

Ainsi, nous pourrons transformer cet exercice en une question d'arithmétique et le *petit théorème*, portant sur l'impossible des discours, en un premier théorème d'arithmétique que nous démontrerons dans la suite de ce texte.

A partir de là nous proposons même à sa place une conjecture plus forte que ce premier théorème qui, lorsqu'elle aura donné lieu à une démonstration, deviendra *le théorème majeur de Lacan* traitant de l'impossible qui apparaît dans la ronde des éléments des groupes de substitutions S_n d'ordre paire, soit lorsque il existe un entier λ tel que $n = 2\lambda$.

Sachant qu'une permutation φ de l'ensemble **n** en lui-même est une bijection et que nous notons S_n l'ensemble de ces bijections qui se composent entre elles, qui est aussi connu comme le groupe symétrique des substitutions d'ordre n.

Ainsi, notre :

Petit théorème (version arithmétique) : *Pour toute permutation* $\varphi \in S_4$, $\varphi : 4 \rightarrow 4$, *l'application* $g : 4 \rightarrow 4$, *bien définie par l'expression* $g(x) = \varphi(x) + x$, *n'est pas une permutation*.

Nous ne démontrons pas ce petit théorème car le lecteur peut le faire lui-même de manière exhaustive, il suffit d'entreprendre avec méthode une exploration de tous les cas dans cette situation finie du fait de n = 4 où S_4 est de cardinal 24.

Nous passons à sa généralisation qui réclame une démonstration pour devenir un théorème.

Conjecture généralisant à n quelconque le petit théorème de Lacan (cas où n = 4):

Pour tout *nombre entier* noté : n, si n est *un nombre pair* alors pour

- toutes les *permutations* , $\varphi : n \rightarrow n$ de n soit ($\varphi \in S_n$),

- si id : $n \rightarrow n$ est la permutation neutre ou identique sur n, définie par id(x) = x,

aucune *applications* $g : n \rightarrow n$ définies par la somme ($g = \varphi + id.$) est une permutation de S_n , ce qui s'écrit ($g \notin S_n$).

Le nombre n est un ordinal fini de la théorie des ensembles Z-F,

Expression littérale de la conjecture :

$$\forall n[\ \exists k(n=2k) \Rightarrow \forall\varphi\forall g(\ ((\varphi \in S_n) \wedge (id(x)=x) \wedge (g = \varphi + id)) \Rightarrow (g \notin S_n)\ )\ ].$$

Le petit théorème de Lacan correspond au cas où k = 2 c'est dire que n = 4

Le petit théorème de Lacan (version logique et arithmétique) **:**

$$[\ (n = 4) \Rightarrow \forall\varphi\ \forall g(\ ((\varphi \in S_4) \wedge (id(x)=x) \wedge (g = \varphi + id)) \Rightarrow (g \notin S_4)\ )\ ]$$

Si la conjecture est démontrée nous pourrons la transformer en notre théorème majeur[12] qui généralise et précise le réel des discours :

---

[12] Où il se vérifie que les méthodes de lecture enseignées par l'École normale de la République en France sont les meilleurs du monde puisque, ici, un de ses anciens élèves a sut noter, sans doute juste un peu à côté, que cette petite algèbre combinatoire des discours été bien la seule occasion où Lacan s'est approché si prés de la formule d'un théorème donnant lieu à une démonstration, mathématique par conséquent. Bien sûr, notre brillant élève se trompe lorsqu'il dit que c'est là "*le seul véritable mathème de Lacan*".

Ceci est faux, car sans aller jusqu'à formuler un quasi théorème comme ici, il est d'autres lieux où Lacan construit des mathèmes destinés à s'articuler en une mathématique qu'il s'interdit de développer lui-même et donneront l'occasion de théorème si nous prolongeons ses indictions jusqu'à les effectuer comme gestes mathématiques, actes d'écritures effectives, classiques pour certains comme ici, diagrammatiques et catégoriques pour d'autres comme dans le cas de sa théorie du nœud, à partir de l'écriture du nom du père par le nœud Borroméen (Voir notre essai "*Afin de préciser le narcissisme*" où la fonction paternelle écrite par ce nœud, se découvre dans la symétrie miroir des objet de dimension trois dans *l'espace supposé intuitif*.

Mais cette légère erreur n'est pas étonnante de la part de quelqu'un qui répète bêtement ce que Herbrand écrit, dés la première page de sa thèse, soit que "*du point de vu de sa méthode de démonstration, ici,* les mathématiques vont être considérées comme une *sténographie*". C'est dire de la part de ce grand mathématicien que, pour ce type de démonstrations, il est judicieux de les considérer ainsi, mais que, de là, aller à les considérer exclusivement sous le jour d'une *sténographie* et leur refuser le statut de la *littéralité*, c'est oublier l'effectivité (Wirklichkeit) de ces écritures lorsqu'elles sont d'authentiques mathématiques, oublier la contingence de l'acte qui consiste à établir une démonstration et ainsi faire preuve d'une goujaterie indigne, aussi stupide que celle des *pchitt-ologues* ou des *pchitt-analystes* en matière d'œuvres d'art quand ils veulent précéder l'artiste ou en matière d'homosexualité lorsqu'ils veulent adopter la posture du savant docteur.

Le Théorème majeur de Lacan

Nous le démontrons, ainsi :

Théorème

Pour toute permutation $\varphi \in S_n$ *et un quelconque entier n, si n est pair et l'application* $g : n \rightarrow n$ *est définie par l'expression* $g(x) = \varphi(x) + x$*, alors g n'est pas une permutation de* S_n.

En formule :

$$\forall\varphi\ \forall n\ [\ (\ (\varphi \in S_n) \wedge (n \in N)\ ) \Rightarrow \exists k \forall g(\ ((n = 2k) \wedge (g = \varphi + id)) \Rightarrow (g \notin S_n)\ )\ ]$$

Il reste à formuler la démonstration de cette proposition qui constituent le théorème majeur de Lacan. Nous les démontrons maintenant.

Commençons par commenter l'expression de ce théorème, afin de nous assurer que le lecteur dispose de toutes les définitions nécessaires à l'intelligence de ce théorème. De ce fait, il suit que nous donnons en annexe les quatre définitions nécessaires à sa lecture.

Le Théorème majeur de Lacan:

Pour tout *nombre entier* fini (ici les *ensemble ordinaux finis* de la théorie des ensembles Z-F) noté : n.

- Pour toutes les *permutations* ($\varphi \in S_n$) entre les éléments de n, notées:

$$\varphi : n \rightarrow n,$$

- Etant donné, $i : n \rightarrow n$, la permutation neutre ou identique sur n, définie par $i(x) = x$.

Si n est *un nombre pair*, ces données ne produisent, parmi les *applications*

$$g : n \rightarrow n,$$

définies par l'expression composée ($g = \varphi + i$). aucune permutation ($\varphi' \in S_n$) c'est dire que

$$\forall\varphi\ [(\varphi \in S_n) \Rightarrow \forall g((g = \varphi + id) \Rightarrow \forall\varphi\ [(\varphi \in S_n) \Rightarrow (g \neq \varphi'\ )]]]$$

La première annexe qui suit cette démonstration énonce les quatre définitions nécessaires à la lecture de ce théorème. Elle définie les termes : *application, permutation, nombre entier* et enfin *nombre pair*.

C'est dire que la parité du nombre n est décisive, car si n est pair toutes les applications g, définies par ($g = \varphi + i$) à partir d'une quelconque permutation φ et de l'identité i sur n objets, ne sont pas des permutations et ainsi vérifient la relation ($g \notin S_n$).

En calcul des prédicats du premier ordre le théorème majeur de Lacan s'écrit

$$\forall n[\exists k(n=2k) \Rightarrow \forall\varphi(\varphi \in S_n \Rightarrow \forall g((g = \varphi + i) \Rightarrow (g \notin S_n)))].$$

Nous soulignons cette restriction, car Herbrand comme Gödel qui emploie le même procédé pour démontrer son célèbre théorème, sont des mathématiciens véritables et notre bon et brillant élève se conduit cette fois comme un nain qui veut se hisser sur les épaules de géants.

Lacan, par contre, paraîtra plus tard comme un géant de la Logique et des mathématiques malgré ce qu'il en dit car il ne veut ni le paraître ni l'être à son dire et la psychanalyse n'est pas une science pour autant.

Le discours analytique achève, de manière extrinsèque, le discours de *la Science Capitale*, la science moderne et son sujet à la suture impossible, en produisant sa raison antinomique qui la caractérise de Galilée à Marx et Einstein. Alors une éthique s'impose à ce sujet: accessible par la psychanalyse.

4. **Démonstration du théorème majeur de Lacan**

Ayant réussit à établir l'énoncé *du théorème majeur de Lacan*, nous donnons ici la démonstration que nous lui avons trouvée.

Vers la démonstration du théorème

Afin de donner une démonstration assez directe de ce théorème grâce à un ***calcul de congruence modulo n***, nous allons nous fournir au préalable d'un indicateur facile à définir et de deux lemmes qui accompagnent cette définition.

Définition

Pour un ensemble ordinale fini n = $\{\mathcal{O}(x)/\ 0 \leq x \leq n-1\}$ la *somme d'indice n* notée : Σ_n, est définie comme la somme des prédécesseurs de l'ordinal n par la formule

$$\boldsymbol{\Sigma_n = \Sigma_{i \in n} x_i}$$

où les $x_i = i$, sachant que l'ordinal n est l'ensemble de ces prédécesseurs $0 \leq x_i \leq n-1$.

Lemme 1

La valeur de la *somme d'indice n* définie précédemment est donnée par l'expression

$$\boldsymbol{\Sigma_n} = 1/2\ n(n-1).$$

Afin de faciliter au lecteur l'intelligibilité de ce résultat, nous donnons, grâce à un subterfuge graphique, la manière de l'obtenir qui s'inspire de sa véritable démonstration et qui –consiste à écrire deux fois cette série, la seconde version étant écrite de manière rétrograde au regard de la première ou si vous préférez : "à l'envers", comme on dit.

$$\Sigma_{i \in n} x_i = \quad 0 \quad + \quad 1 \quad + 2 + \quad \ldots \quad + (n-2) + (n-1).$$
$$\Sigma_{i \in n} x_i = (n-1) + (n-2) + \quad \ldots \quad + 2 + \quad 1 \quad + \quad 0$$

c'est une illustration assez commode bien qu'inconsistant, dont il suffit de réaliser l'addition des deux lignes termes à termes

$$2\Sigma_{i \in n} x_i = (n-1) + (n-1) + \quad \ldots \quad + (n-1) + (n-1)$$

pour constater qu'elle se présente ainsi disposée en une série de termes identiques à (n–1) qui sont au nombre de n. D'où le résultat énoncé par notre lemme 1.

Démonstration effective (donnée en annexe)

Nous donnons, dans notre seconde annexe, la démonstration effective qui suit le procédé suggéré ici afin de lire et de retenir le résultat donné par notre premier lemme.

Sa démonstration est immédiate au moyen de l'expression générique de la série construite sur une suite arithmétique particulière.

Si le lecteur sait que ce terme général : $\Sigma_{i \in n}(u+(i.r))$, qui engendre la série construite sur une suite arithmétique, en tant que somme des n termes de cette suite dont le premier est noté : u, et la raison notée : r, répond à l'expression (voir annexe 2),

$$\Sigma_{i \in n}(u+(i.r)) = nu + (1/2)n(n-1)r.$$

Il lui suffira alors de fixer le premier terme et la raison de la suite arithmétique, u à zéro : (u = 0), et r à un : (r = 1) pour obtenir

$$\Sigma_{i \in n}\ 0 + 1 \times i = n0 + (1/2)n(n-1) \times 1$$
$$\boldsymbol{\Sigma_{i \in n}\ i = (1/2)n(n-1) = \Sigma_n}$$

l'expression donnée par notre lemme.

Désormais nous calculons dans ce qui suit selon la congruence modulo n, ce nombre entier étant toujours indiqué par le contexte.

La démonstration du théorème principal de Lacan se déduit aussi d'un second lemme que nous devons établir maintenant.

Lemme 2

Pour qu'une application quelconque f : n → n soit une permutation sur n, nous notons ce fait : ($f \in S_n$), ***il faut*** que *la somme de ses éléments images* notée : $\mathbf{\Sigma_f} = \Sigma_{x\in n} f(x)$, soit égale à la valeur de la *somme d'indice n notée :* $\mathbf{\Sigma_n}$, *c'est dire* ($\mathbf{\Sigma_f} = \mathbf{\Sigma_n}$).

Démonstration

Pour s'en convaincre il *suffit* de remarquer le fait qu'une permutation de S_n est par définition bijective sur l'ensemble ordinal fini n. Il suit de là que tous les éléments de n et chacun d'eux sont présents *une fois et une seule fois* parmi les images de la permutation f en question.

Ainsi la somme des éléments images par f, notée : $\mathbf{\Sigma_f}$, sera égale à *la somme d'indice n* notée : $\mathbf{\Sigma_n}$, de tous ces éléments de l'ensemble n.

Soit l'expression la plus succincte de notre lemme,

$$\forall n \forall f((f \in S_n) \Rightarrow (\mathbf{\Sigma_f} = \mathbf{\Sigma_n})),$$

comme c'est le cas des permutations ($\varphi \in S_n$) parmi lesquelles nous pouvons compter sur la présence de la permutation unité ($id \in S_n$) évoquée par notre théorème.

Attention cette condition nécessaire n'est pas suffisante, une application f : n → n peut ne pas être une permutation et présenter une somme de ses valeurs images notée :

$$\mathbf{\Sigma_f} = \Sigma_{x\in n} f(x),$$

égale à la valeur de la *somme d'indice n* notée $\mathbf{\Sigma_n}$, Mais dans ce cas l'application (f − i) n'est pas une permutation non plus à l'exception de quelques cas lorsque $\mathbf{\Sigma_n} = 0$. Donnons un contre exemple de cette réciproque pour n = 4 et $\mathbf{\Sigma_4} = 6$ et un exemple pour n = 3 et $\mathbf{\Sigma_3} = 0$,

x	f(x)	f(x) − x
0	1	1
1	2	1
2	2	0
3	1	2 (mod. 4)
6	6	0

x	f(x)	f(x) −x
0	1	1
1	0	2
2	2	0
0	0	0

Cette précision à une valeur explicative du théorème, car le lecteur peut déjà remarquer qu'il ne réclame que l'aspect nécessaire de ce lien de conséquence du fait d'énoncer une condition suffisante portant dans certains cas, dont il note le trait de la nécessaire négation de l'existence de telles permutations.

Il s'agit de démontrer, pour toutes les fonctions g, qu'elles n'appartiennent pas à S_n. et de recourir à la version contraposée de notre lemme,

$$\forall n \forall f((\mathbf{\Sigma_f} \neq \mathbf{\Sigma_n}) \Rightarrow (f \notin S_n))$$

n'en déplaise aux mathématiciens qui seraient encore intuitionnistes du fait de méconnaitre *les travaux de Gentzen* (sans doute près à se sacrifier pour sa loyauté à la langue allemande) démontrant l'arithmétique classique dans le système d'écriture logique intuitionniste et de *la note de Gödel* selon laquelle il suffit de se restreindre à une partie de la logique intuitionniste.

Pourvu de ces données nous pouvons maintenant déplier la démonstration du théorème principal de Lacan.

Démonstration du théorème

1) - Le principe de la démonstration

Il consiste à suivre $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}}$ la somme d'indice n, somme des éléments de l'ordinal n, d'entre les valeurs respectives des sommes des images des applications φ, id et g :

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\varphi}, \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{id}} \text{ et } \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{g}}.$$

Cette somme est donnée par une définition $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{f}} = \Sigma_{x\in n}f(x)$ comme l'expression de la dite *somme d'indice n* dont la valeur est donnée par notre lemme 1 : $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}} = 1/2n(n-1)$.

1.1. Précisons encore dans un nouveau lemme pourquoi ce chiffre est déterminant et ce qu'il détermine en ce qui concerne la démonstration de notre théorème.

Lemme 3

Pour tout entier n et toute permutation $\varphi : n \rightarrow n$, *la somme des éléments images d'une quelconque fonction g* notée : $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{g}} = \Sigma_{x\in n}g(x)$, telle que *(g = φ + i)* composée par l'addition à φ de l'identité i, vaut *le double de la somme d'indice n* notée : $2\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}}$, définie plus haut.

Explicitation et démonstration du lemme

Nous l'expliquons et nous le démontrons grâce à un diagramme où il suffit de disposer les données du théorème et qui exhibe la récurrence finie pour un cas quelconque de l'ordinal fini n de la manière suivante,

$$\begin{array}{ccc}
i(x) = x & \varphi(x) & g(x) = \varphi(x) + i(x) \\
0 & \varphi(0) & \varphi(0) + 0 \\
1 & \varphi(1) & \varphi(1) + 1 \\
2 & \varphi(2) & \varphi(2) + 2 \\
\ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots \\
(n-2) & \varphi(n-2) & \varphi(n-2) + (n-2) \\
(n-1) & \varphi(n-1) & \varphi(n-1) + (n-1) \\
\hline
\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}} & \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}} & 2\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}}
\end{array}$$

pour établir dans tous les cas en quoi la somme des éléments images de g vaut nécessairement le double de la somme d'indice n, soit la démonstration de notre troisième lemme,

$$[(\varphi \in S_n) \wedge (g = \varphi + id)) \Rightarrow [\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{g}} = 2\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}}]$$

1.2. Si nous rapprochons ce résultat de celui obtenu selon notre lemme précédent (lemme 2), qui énonce : si l'application f est une permutation, ici dans le cas de g, alors la somme de ses éléments images $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{g}}$ est égale à $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}}$

$$\forall g[(g\in S_n) \Rightarrow (\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{g}} = \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}})]$$

qui fait apparaître dans ce cas que la conjonction des deux équations

$$(\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{g}} = \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}}) \text{ et } (\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{g}} = 2\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}}) \text{ se résume en } (2\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}} = \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}})$$

pour venir à la place de la conséquence donné par le lemme 2,

$$\forall g[(g \in S_n) \Rightarrow (2\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}} = \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}})]$$

Ceci pourrait donner l'occasion d'une quatrième lemme, mais rappelons que *nous voulons utiliser ce résultât selon son expression contraposée*.

1.3. Nous allons nous intéresser aux cas où cela ne se produit pas pour déterminer les valeurs de n qui produisent les situations où pour toutes les permutations ($\varphi \in S_n$), les composés par la somme telles que $g = \varphi + id$ ne seront jamais des permutations comme l'énonce le théorème de Lacan.

A cette fin nous allons utiliser notre dernier résultat dans son expression contraposée,

$$\forall g[(2\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}} \neq \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}}) \Rightarrow (g \notin S_n)]))]$$

cet énoncé nous conduit à la conclusion partielle de la première étape que nous pouvons établir à partir de ce résultat qui dit que pour tous nombres entier n et une quelconque permutation φ la fonction obtenue par$(g = \varphi + i)$ est telle que $(2\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}} \neq \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}})$ implique $(g \notin S_n)$.

1.4. Ce qui peut se transcrire en vertu des lois standards de la coordination et de la kantification du premier ordre en,

$$\forall n[(2\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}} \neq \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}}) \Rightarrow \forall \varphi \forall g([(\varphi \in S_n) \wedge (g = \varphi + i)] \Rightarrow (g \notin S_n))]$$

ou s'écrire aussi

$$\forall n[(2\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}} \neq \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}}) \Rightarrow \forall \varphi \forall g\ ([\varphi \in S_n] \Rightarrow ((g = \varphi + i) \Rightarrow (g \notin S_n)))].$$

Nous disposons ainsi d'un critère dépendant de la valeur du nombre entier noté : n, qui décide de l'impossibilité dont parle Lacan d'associer une lettre et une place à chaque discours d'une manière univoque, cette lettre et cette place étant elles même associées univoquement entre elles. A partir de quoi, nous pouvons étudier maintenant l'expression de cette condition

$$(2\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}} \neq \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}})$$

en fonction de la parité du nombre ordinal n.

2) - **Démonstration effective du théorème**

Toutes ces translittérations conduisent à établir que cette démonstration consiste dans l'étude et le calcul modulo n de la valeur de Σ_n en fonction de la parité de n, d'où

Calcul de la valeur de $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}}$ en fonction de la parité de n

Nous choisissons de nous placer parmi les nombres entiers supérieures à deux : $(2 \leq n)$, du fait du peu d'intérêt, ici (voir annexe 4), mais pas toujours, des fonctions définies sur le vide $(n=0)$ ou un singleton $(n=1)$, pour généraliser en *théorème principal* ce que nous avons d'abord formulé comme *le théorème de Lacan* dans le cas où $(n = 4)$.

Il s'agit de la résolution de l'équation $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}} = 2\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}}$ dont la négation vaut comme condition nécessaire à l'inexistence de permutation $(g \notin S_n)$, c'est dire à aucune permutation parmi les fonctions $(g = \varphi + i)$ où $(\varphi \in S_n)$.

Cette équation écrite $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}} = 0$, doit être résolue selon la congruence modulo **n** **s**achant que $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}} = 1/2\ n(n-1)$. Elle devient polynomiale de variable n

$$1/2\ n(n-1) = 0 \text{ (mod. n)}.$$

Il est facile de la résoudre en arithmétique dans l'ensemble des entiers, ici choisis supérieurs à deux ($2\leq n$). Il s'agit de trouver les solutions en n telles qu'il existe pour un entier k qui permet d'écrire que notre polynôme est un multiple de n de la manière suivante,

$$1/2\ n(n-1) = kn.$$

ainsi trouver n tel qu'il existe k

$$n(n-1) = 2kn$$

soit pour ($n \neq 0$) puisque ($2\leq n$)

$$(n-1) = 2k$$

pour obtenir les solutions telles que

$$\exists k(n = 2k+1)$$

ce qui est la façon la plus commune d'écrire que n est impaire.

Les solutions recherchées pour tout nombre entier n plus grand que deux ($2\leq n$) doivent satisfaire l'équation ($\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}} = 2\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}}$) ou s'écrire aussi

$$\forall n[(2\leq n) \Rightarrow (\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}} = 0)]$$

énoncé équivalent à

$$\forall n[(2\leq n) \Rightarrow \exists k[(k\neq 0) \wedge (n = 2k+1)],$$

Dans le cas contraire pour tous les nombres entiers supérieurs à deux ($2\leq n$), il suit, de cette équivalence matérielle, le résultat suivant

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}} \neq 2\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}} \text{ ou } \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}} \neq 0 \text{ si et seulement si } \exists k[(k\neq 0) \wedge (n = 2k)]$$

qui écrit que n est paire (multiple de deux).

Nous utilisons immédiatement ce résultat pour conclure la démonstration du *théorème majeur de Lacan*, renvoyant le lecteur pour plus d'éléments portant sur la parité du nombre n, à l'annexe 4 parmi les Annexes qui font suite à ce texte.

Conclusion de la démonstration

Nous disposions de l'énoncé que nous avons établi dans le paragraphe précédent

$$\forall n[(2\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}} \neq \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}}) \Rightarrow \forall \varphi((\varphi\in S_n) \Rightarrow \forall g[(g = \varphi + i) \Rightarrow (g\notin S_n)])]$$

qui suivant l'équivalence que nous venons de calculer $\forall n\ [(\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}} \neq 2\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}}) \Leftrightarrow \exists k(n = 2k)]$ devient

$$\forall n[\exists k[(k\neq 0) \wedge (n = 2k)] \Rightarrow \forall \varphi((\varphi\in S_n) \Rightarrow \forall g((g = \varphi + i) \Rightarrow (g\notin S_n)))]$$

ce qui ainsi est démontré au titre du *théorème principal de Lacan*.

Jean Michel Vappereau
Balvanera, 1 mai
10 juillet 2012

Ici devait suivre une annexe qui donnait la démonstration de la conjecture, devenant ainsi un théorème. Nous ne la donnions pas tant que cette démonstration n'était pas parfaitement au point. Maintenant cette proposition directe qui dit qu'il n'existe pas de telle bijection dans les cas paires est ici démontrée et intégrée au texte comme *théorème principal*.

Le *petit théorème* est plus facile à prouver par l'exhaustion des cas.

La proposition réciproque *dans le cas impaire* est aussi facile à établir par la construction d'un contre exemple d'une telle bijection à partir de la permutation circulaire élémentaire.

La démonstration ne fait donc plus l'objet d'un concours. Si quelqu'un propose maintenant une autre démonstration que la nôtre, il peut la publier. mais si il existe une démonstration plus ancienne, publiée avant le 12 juillet 2012, il serait bon de nous envoyer sa référence afin de la donner ici.

ANNEXES

Annexe 1

Quatre définitions nécessaires à sa lecture que nous rappelons à l'adresse des lecteurs qui les ont oubliés ou qui les ignorent.

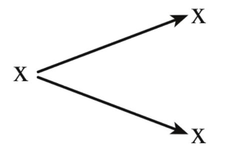
1. Définition de l'application

Une application notée : f : a $\rightarrow$ b est une correspondance entre deux ensembles définie sur leurs éléments respectifs et qui vérifie les propriétés des relations dites fonctionnelles partout définies . Celle-ci veut que tout élément de l'ensemble noté : a, possède un élément correspondant et un seul dans l'ensemble noté : b. Soit écrit en bonne logique

$$\forall x \forall x'[(x = x') \Rightarrow (f(x) = f(x'))].$$

Ce que l'on oublie souvent de préciser comme si cela aller de soit.

Cette définition exclue le schéma



rejeté des applications du fait de la non fonctionnalité

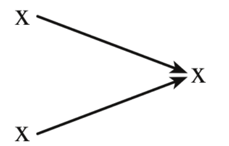
fig. 1

2. Définition de la permutation

Une *permutation* $\varphi \in S_n$, d'un ensemble fini de n éléments, est une *application* bijective de cet ensemble dans lui même notée : φ : n $\rightarrow$ n, Dans ces circonstances, d'un ensemble en lui même, *bijective* veut dire que l'application est *injective* car elle sera alors surjective de fait. Chaque élément, unique correspondant d'un élément, ne correspond qu'à un seul et unique élément. Soit en bonne formule

$$\forall x \forall x'[(f(x) = f(x')) \Rightarrow (x = x')]$$

Cette définition exclu le schéma



rejeté des bijections du fait de la non injectivité

fig. 2

Dans le cas des permutations nous avons choisit comme ensembles finis le nombre entier n écrit ici par un ensemble ordinal comme nous le définissons maintenant.

3. Définition du nombre entier

Un nombre entier est un objet mathématique obtenu depuis Peano à partir de

1. - un premier objet primitif noté : 0

2. - une fonction dite : la fonction successeur notée : s(n) = n + 1.

ainsi un nombre entier noté : n, se présente comme une séquence d'écriture du type

$$n = 0 + 1 + 1+ ... +1$$

mais celle-ci n'est pas un mathème bien construit à cause des points de suspensions qui sont passablement inconsistants même si ils sont suggestifs de l'extension finie de chacun de ces nombres.

Un nombre entier est ainsi réductible à une séquence d'écriture, le lecteur pouvant faire de cette pratique littérale l'usage qui lui chante, ce dont nous n'avons rien à dire de plus que de présenter l'usage que nous en avons. Il n'y a rien de normatif en ce domaine seulement des constructions plus ou moins bien faites et quelques risques de dogmatisation si quelques petit maîtres veulent les imposer en silence pour faire tire ce qui n'est pas le cas, plutôt bavard, ici,

Définition de l'écriture du nombre entier

D'où notre intérêt porté aux *systèmes de numérations*.

Il existe plusieurs systèmes d'écriture des nombres. Citons afin de les présenter au lecteur, deux exemples avec *le système de numération par position* de l'algèbre et *la construction des ensembles ordinaux* d'une théorie des ensembles standard qui se respecte. Que dirions nous d'une mathématique qui ne contient pas les rudiments de l'arithmétique.

1) - *Le système de numération par position* est le plus fameux et la plus efficace. Son succès a sans conteste servit de prototype au préjugé paranoïaque très répandue selon lequel l'écriture alphabétique des langues serait un duplicate voir une codification exacte de la langue parlée, dans le meilleur des cas, de la pensée supposée à la place du sujet dans le pire.

La confusion idéologique fait qu'il n'est pas encore possible d'enseigner aux adolescents occidentés que ce système repose sur la structure syntaxique de l'algèbre dite polynomiale, faite d'une somme de monômes d'une variable unique élevée à des degrés successifs par multiplication.

Un nombre entier quelconque est écrit par un polynôme, en fonction d'un nombre choisi dit : le nombre de base du système d'écriture, nombre donné qui

- occupe la place de la variable du polynôme, élevée à divers degrés,
- impose le nombre fini de des lettres primitives entrant dans l'écriture

A partir d'un nombre fini de lettres primitives, son alphabet, qui apparaissent une par une, dans l'écriture du coefficient de chaque monôme.

Donnons un exemple

12.578 écrit pour nous

en base 10 (dix) $1\times10^4 + 2\times10^3 + 5\times10^2 + 7\times10^1 + 8\times10^0$

2) - *Le système de numération des ensembles ordinaux* d'une théorie des ensembles standard lorsque ce système suit des axiomes de la théorie en question. Nous entendons par là, les théories qui suivent la théorie standard à la Zermelo-Fränkel dite : théorie Z-F.

L'ensemble noté : n, issu de la collection des ensembles ordinaux notée $\mathcal{O}(x)$, qui peut s'écrire d'une manière illustrée,

$$n = \{0, 1, \ldots , (n-1)\}$$

suggérant l'écriture en extension de l'ensemble en question formé de ses prédécesseurs, n'est pas l'écriture consistante de ce mathème.

Nous lui préférerons l'expression suivante, véritable mathème produit par les axiomes de la théorie des ensembles en tant que caractère d'abréviation bien construit,

$$n = \{x \in \omega /1<x<(n-1)\}$$

où ω est le premier ensemble constructible dans la théorie Z-F, l'ensemble infini produit par son *axiome de l'infini* qui permet de transformer certains *tas* de trucs en *tous*, soit les ensembles ou les objets de la dite théorie.

Comme par exemple le tas de trucs ne présentant aucun truc qui donne lieu à l'ensemble vide $\varnothing = \{x \in \omega /(x\neq x)\}$ en logique classique.

Nous adopterons ce *système d'écriture* des nombres entiers qui est dit : un *système de numération*.

4. Définition du nombre entier pair

Un nombre entier noté : n, est *pair* lorsqu'il existe un nombre entier fini noté : k, tel que n = 2k. Ainsi les nombres pairs sont les multiples du nombre 2 (deux) parmi les nombre entiers finis. **fin de cette annexe**

Annexe 2

Démonstration dogmatique préalable afin d'établir le lemme 1

Définition

Une *suite arithmétique* est une suite de nombres entiers dont chaque terme est obtenu par l'addition d'un nombre constant, dit la raison de la suite, noté : r, au terme précédent.

Ainsi, une suite arithmétique est intégralement déterminée par son premier terme noté : $u_0 = u$, et sa raison r,

de ce fait son terme générique est donnée par l'expression littérale

$$\mathbf{u_i = (u+(r.i)).}$$

D'où le résultat suivant,

Théorème

La série formée par la succession des sommes respectives des termes d'une suite arithmétique est donnée par l'expression récurrente

$$\mathbf{\Sigma_n = nu + 1/2\ n(n-1)r.}$$

Démonstration

Pour l'établir, il nous suffit de calculer l'expression

$$\mathbf{\Sigma_{i\in n}(u+(r.i)) = nu + 1/2\ n(n-1)r}$$

Nous donnons, la démonstration de ce résultat en suivant le procédé suggéré dans notre texte afin de lire et retenir le résultat donné par notre lemme 1. Si nous disposons les termes de la suite arithmétique de la manière suivante,

$$\Sigma_{i\in n}(u+ri) = u + (u+r) + (u+2r) + \quad \ldots \quad + (u+(n-2)r) + (u+(n-1)r)$$
$$\Sigma_{i\in n}(u+ri) = (u+(n-1)r) + (u+(n-2)r) + \quad \ldots \quad + (u+2r) + (u+r) + u$$

il nous suffit de constater par un calcul rudimentaire que la somme de deux termes de même ordre respectifs vaut : $2u+(n-1)r$.

$$\Sigma_{i\in n}(u+ri) = (2u+(n-1)r) + (2u+(n-1)r) + \quad \ldots \quad + (2u+(n-1)r) + (2u+(n-1)r)$$

que nous obtenons n fois et d'obtenir le résultat

$$2\Sigma_{i\in n}(u+ri) = n(2u+(n-1)r).$$

qui se transforme en

$$\mathbf{\Sigma_{i\in n}(u+ri) = nu + 1/2\ n(n-1)r)}$$

de ce résultat le lemme 1 se déduit de manière immédiate

Annexe 3

Synopsis mathématique de la première partie de la démonstration

Expressions du système d'écriture des prédicats kantifiés au premier ordre dont la déduction suit la première partie de la démonstration du théorème principal de Lacan.

Nous déduisons des deux lemmes établis

lemme 3

(3) $\forall n[\forall\varphi\forall g(((\varphi\in S_n) \wedge (g = \varphi + i)) \Leftrightarrow [\boldsymbol{\Sigma_g} = 2\boldsymbol{\Sigma_n}])]$

lemme 2

(2) $\forall n\forall f[(f \in S_n) \Rightarrow (\boldsymbol{\Sigma_f} = \boldsymbol{\Sigma_n})]$

---

dont la réciproque est fausse (2) $\exists n\exists f [(\boldsymbol{\Sigma_f} = \boldsymbol{\Sigma_n}) \wedge (f\notin S_n)]$

dont nous avons donné un exemple ou encore f(0)= 0, f(1) = 2, f(2) = 2, f(3) = 2 où 0+1+2+3 = 6 et 0+2+2+2 = 6

à partir d'une conséquence du lemme 2

(2) $\forall n[\forall\varphi\forall g(((\varphi\in S_n) \wedge (g = \varphi + i)) \Rightarrow [(g\in S_n) \Rightarrow (\boldsymbol{\Sigma_g} = \boldsymbol{\Sigma_n})])]$

Cet énoncé s'écrit aussi en vertu de *la loi d'import export* de la coordination logique du à Peirce; dont nous rappelons l'expression

$([(p \wedge q) \Rightarrow r] \Leftrightarrow [p \Rightarrow (q \Rightarrow r)])$

(2') $\forall n[\forall\varphi\forall g(((\varphi\in S_n) \wedge (g = \varphi + i) \wedge (g\in S_n)) \Rightarrow (\boldsymbol{\Sigma_g} = \boldsymbol{\Sigma_n}))]$

si de fait, $[\boldsymbol{\Sigma_g} = 2\boldsymbol{\Sigma_n}]$ et $(\boldsymbol{\Sigma_g} = \boldsymbol{\Sigma_n})$ équivaut à $(2\boldsymbol{\Sigma_n} = \boldsymbol{\Sigma_n})$

alors (3) et (2) composés ? entre ? eux [$\Leftrightarrow$? $\Rightarrow$] donnent

(4) $\forall n[\forall\varphi\forall g((\varphi\in S_n) \wedge (g = \varphi + i) \wedge (g\in S_n)) \Rightarrow (2\boldsymbol{\Sigma_n} = \boldsymbol{\Sigma_n})]$

dont nous retiendrons la contraposition

(5.0.) $\forall n[\forall\varphi\forall g((2\boldsymbol{\Sigma_n} \neq \boldsymbol{\Sigma_n}) \Rightarrow \neg((\varphi\in S_n) \wedge (g = \varphi + i) \wedge (g\in S_n)))]$.

Remarque pour la suite

Il faut noter que la réciproque est fausse

(5') $\neg\forall n[(2\boldsymbol{\Sigma_n} = \boldsymbol{\Sigma_n}) \Rightarrow \forall\varphi\forall g((\varphi\in S_n) \wedge (g = \varphi + i) \wedge (g\in S_n))]$

(5'.0.) $\exists n[(2\boldsymbol{\Sigma_n} = \boldsymbol{\Sigma_n}) \wedge \exists\varphi\exists g\neg((\varphi\in S_n) \wedge (g = \varphi + i) \wedge (g\in S_n))]$

(5'.1.) $\exists n[(2\boldsymbol{\Sigma_n} = \boldsymbol{\Sigma_n}) \wedge \exists\varphi\exists g(\neg((\varphi\in S_n) \wedge (g = \varphi + i)) \vee \neg(g\in S_n))]$

(5'.1.) $\exists n[(2\boldsymbol{\Sigma_n} = \boldsymbol{\Sigma_n}) \wedge \exists\varphi\exists g(((\varphi\in S_n) \wedge (g = \varphi + i)) \Rightarrow (g\notin S_n))]$

du fait de $(\neg p \vee \neg q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow \neg q)$ et qu'en effet il existe au moins des transpositions parmi les φ qui vont produire des fonction g non injectives.

Nous reprenons à partir de (5)

(5.1.) $\forall n[\forall\varphi\forall g((2\boldsymbol{\Sigma_n} \neq \boldsymbol{\Sigma_n}) \Rightarrow (\neg ((\varphi\in S_n) \wedge (g = \varphi + i)) \vee \neg (g\in S_n)))]$.

(5.2.) $\forall n[((2\boldsymbol{\Sigma_n} \neq \boldsymbol{\Sigma_n}) \Rightarrow \forall\varphi\forall g (((\varphi\in S_n) \wedge (g = \varphi + i)) \Rightarrow (g\notin S_n)))]$.

soit rétroactivement par *la loi d'import export* de la coordination logique

(5.3.) $\forall n[(2\boldsymbol{\Sigma_n} \neq \boldsymbol{\Sigma_n}) \Rightarrow\forall\varphi\forall g ((\varphi\in S_n) \Rightarrow [(g = \varphi + i) \Rightarrow (g\notin S_n)])]$

peut se transcrire en vertu des lois de la kantification dans notre expression technique de la thèse transitoire dont la déduction constitue la démonstration du théorème de Lacan

(5.4.) $\forall n[[(2\boldsymbol{\Sigma_n} \neq \boldsymbol{\Sigma_n}) \Rightarrow \forall\varphi((\varphi\in S_n) \Rightarrow \forall g[(g = \varphi + i) \Rightarrow (g\notin S_n)])]$.

Ici nous étudions les expressions $(2\boldsymbol{\Sigma_n} \neq \boldsymbol{\Sigma_n})$ et $(2\boldsymbol{\Sigma_n} = \boldsymbol{\Sigma_n})$ en fonction de la parité de n.

fin de l'annexe 3

Annexe 4

Ajoutons deux études supplémentaires qui accompagnent la détermination de la valeur de $\boldsymbol{\Sigma_n}$ en fonction de la parité de n.

1. **Par le calcul inverse à partir de la parité de n**

Nous démontrons le résultat suivant sous l'aspect d'un dernier lemme traitant des conséquence de la parité de n.

Lemme de la parité

si $n = 2k$ alors $\boldsymbol{\Sigma_n} = k \pmod n$

si $n = 2k+1$ alors $\boldsymbol{\Sigma_n} = 0 \pmod n$

Démonstration

1. $n = 2k$ implique que $k + k = 0 \pmod n$ soit $1/2n = + k = - k \pmod n$

$\boldsymbol{\Sigma_n} = 1/2\ n(n-1)$ avec $n = 2k$

$$\boldsymbol{\Sigma_n} = \mathbf{k(2k - 1)} = 2k^2 - k = 2k^2 + k = k + k\times 2k = k + kn = k \pmod n$$

conclusion

si $n = 2k$ alors $\boldsymbol{\Sigma_n} = k \pmod n$

Nous pouvons noter dans ces conditions

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Sigma_n} &= 1/2n + \lambda n = (\lambda+1/2)n \\ &= k + \lambda 2k = (2\lambda+1)k\end{aligned}$$

2. $n = 2k+1$

$\boldsymbol{\Sigma_n} = 1/2\ n(n-1)$ avec $n = 2k +1$

$$\boldsymbol{\Sigma_n} = 1/2\ (2k +1)(2k+1 - 1) = 1/2\ (2k +1)\ 2k \mathbf{= k(2k +1)} = kn = 0$$

conclusion

si $n = 2k+1$ alors $\boldsymbol{\Sigma_n} = 0 \pmod n$

Nous pouvons noter dans ces conditions

$$\boldsymbol{\Sigma_n} = \lambda n = \lambda(2k+1) \pmod n$$

2. **Combinaisons dans le triangle arithmétique**

Reprenons par un rappel de notre premier **lemme** qui nous a conduit à établir concernant la valeur de la *somme d'indice n* donnée par l'expression $\boldsymbol{\Sigma_n} = 1/2\ n(n-1)$

Nous faisons remarquer au lecteur que cette expression est précisément celle dont traite l'analyse combinatoire en terme de nombre de combinaisons et qu'elle établit pour le nombre des combinaisons de n termes pris deux par deux notée :

$$C_n^{\,2} = 1/2\ n(n-1),$$

Cette expression permet de calculer les valeurs constituantes de la seconde colonne du triangle arithmétique de Pascal dont les lignes sont indexées par le nombre n des éléments à combiner deux par deux, les colonnes étant indexées par le degré caractéristique de ces combinaisons, ici $p = 2$.

Nous en donnons une construction partielle qui suffit ici à notre étude des nombres à partir de la troisième ligne, pour $(2 \leq n)$, car les application sur le vide et sur le singleton nous retiendrons pas pour l'instant ici.

colonnes		0	1	2	3	4	5	
lignes	0	1	0	0				
	1	1	1	0	0			
	2	1	2	1	0	0		$\Sigma_2 = 1 = 1 \neq 0 \pmod 2$
	3	1	3	3	1	0	0	$\Sigma_3 = 3 = 0 \pmod 3$
	4	1	4	6	4	1	0	$\Sigma_4 = 6 = 2 \neq 0 \pmod 4$
	5	1	5	10	10	5	1	$\Sigma_5 = 10 = 0 \pmod 5$
	6	1	6	15	20	15	6	$\Sigma_6 = 15 = 3 \neq 0 \pmod 6$
	7	1	7	21	35	35	21	$\Sigma_7 = 21 = 0 \pmod 7$
	8	1	8	28	56	70	56	$\Sigma_8 = 28 = 4 \neq 0 \pmod 8$
	9	1	9	36	84	126	84	$\Sigma_9 = 36 = 0 \pmod 9$

où se lit une alternance en fonction de n entre les nombres pairs et impairs.

Ils sont divertissants et rigolos ces nombres.

- Ceux des lignes impaires sont nuls en arithmétique en fonction de la congruence de nos cycles ceci ayant pour effet de rendre contingente l'existence de composé ($g = j + i$) qui soient des permutations mais dans d'autres cas ils sont seulement possible pouvant ne pas apparaître. Il y en a qui le sont et il y en a qui ne le sont pas.
- Ceux des lignes paires ne sont pas nuls, ils rendent impossible que des composés ($g = j + i$) soient des permutations car $Sn \neq 0$ fera que jamais ($Sn = 2Sn$) ceci étant nécessaire si seulement si $Sn \neq 0$ et que toujours ($Sn \neq 2Sn$) ce qui implique qu'il est alors nécessaire que ($g \in Sn$), soit notre théorème de Lacan enfin démontré.

les trois annexes sont achevé